Composizione delle velocità

Sia $\Delta s'$ lo spazio percorso in un tempo $\Delta t'$ da un corpo che si muove nel sistema in moto relativo con velocità v'. Risulta: $\Delta s' = v'\Delta t'$; sostituendo i valori nelle equazioni di trasformazioni di Lorentz:

$$\begin{cases} \Delta s' = \dfrac{\Delta s - v_0 \Delta t}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^{\ 2}}{c^2}}} \\ \Delta t' = \dfrac{\Delta t - \dfrac{v_0 \Delta s}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^{\ 2}}{c^2}}} \end{cases}$$

si ottiene:

$$\frac{\Delta s - v_0 \Delta t}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^{\ 2}}{c^2}}} = v' \frac{\Delta t - \dfrac{v_0 \Delta s}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0^{\ 2}}{c^2}}} \quad \text{da cui}$$

$$\Delta s - v_0 \Delta t = v'\left(\Delta t - \frac{v_0 \Delta s}{c^2}\right)$$

$$\Delta s - v_0 \Delta t = v'\Delta t - \frac{v' v_0 \Delta s}{c^2}$$

E portando al primo membro i termini con Δs e al secondo membro i termini con Δt e raccogliendo a fattor comune:

$$\left(1 + \frac{v' v_0}{c^2}\right)\Delta s = \left(v' + v_0\right)\Delta t$$

pertanto:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v' + v_0}{1 + \dfrac{v' v_0}{c^2}}}$$