Contrazione delle lunghezze

La distanza tra due punti è Δs per un osservatore A fermo rispetto ad essi. Quanto misura tale distanza per un osservatore B che si muove da un punto all'altro con velocità v_0 ?

Immaginando di osservare lo spostamento dell'osservatore B, sia l'evento 1 il suo passaggio dal primo punto e l'evento 2 il suo passaggio dal secondo punto. Siano quindi Δs e Δt rispettivamente la separazione spaziale e quella temporale dei due eventi per l'osservatore A, $\Delta s'$ e $\Delta t'$ rispettivamente la separazione spaziale e quella temporale per l'osservatore B. Sia infine Δl la distanza tra i due punti visti dall'osservatore B (in moto).

Per l'osservatore A	Per l'osservatore B
Δs	$\Delta s' = 0$
$\Delta t = \dfrac{\Delta s}{v_0}$	$\Delta t' = \dfrac{\Delta l}{v_0}$

Per l'invarianza dell'intervallo risulta:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$c^2 \frac{\Delta s^2}{v_0^{\,2}} - \Delta s^2 = c^2 \frac{\Delta l^2}{v_0^{\,2}}$$

$$c^2 \Delta s^2 - v_0^{\,2} \Delta s^2 = c^2 \Delta l^2$$

$$\Delta l^2 = \frac{\left(c^2 - v_0^{\,2}\right) \Delta s^2}{c^2}$$

$$\Delta l = \Delta s \sqrt{1 - \frac{v_0^{\,2}}{c^2}}$$

Quest'ultima relazione fornisce la distanza tra due punti per un osservatore in moto rispetto ad essi, conoscendo la loro distanza rispetto ad un osservatore fermo rispetto ad essi.
La distanza Δs tra due punti (o la lunghezza $\Delta l'$ di un'asta che ha per estremi i due punti) per un osservatore rispetto al quale i due punti sono fermi, si chiama **lunghezza propria**. Poiché $\sqrt{1 - \frac{v_0^{\,2}}{c^2}} < 1$ risulta $\Delta l < \Delta l'$ cioè la lunghezza è la più piccola tra le lunghezze della stessa asta misurata dagli osservatori per i quali l'asta è in moto (nella direzione dell'asta stessa).
Inoltre, dovendo essere $1 - \frac{v_0^{\,2}}{c^2} > 0$, deve essere $v_0 < c$, cioè nessun oggetto può muoversi a velocità superiore a quella della luce: la velocità della luce è la più grande possibile.