Invarianza della velocità della luce secondo le trasformazioni di Lorentz

Dimostriamo che la velocità della luce è invariante per due sistemi inerziali se le trasformazioni adottate sono quelle di Lorentz.

Nel sistema *'assoluto'* sia $c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

cioè

$$\Delta s = c\Delta t \qquad (1)$$

Calcoliamo ora la velocità della luce v nel sistema relativo. Risulta:

$v = \frac{\Delta s'}{\Delta t'}$ e tenendo conto delle trasformazioni di Lorentz

$$\begin{cases} \Delta s' = \dfrac{\Delta s - v_0 \Delta t}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0{}^2}{c^2}}} \\ \Delta y' = \Delta y \\ \Delta z' = \Delta z \\ \Delta t' = \dfrac{\Delta t - \dfrac{v_0 \Delta s}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_0{}^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Si ha:

$$v = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} = \frac{\Delta s - v_0 \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v_0{}^2}{c^2}}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v_0{}^2}{c^2}}}{\Delta t - \frac{v_0 \Delta s}{c^2}} = \frac{\Delta s - v_0 \Delta t}{\Delta t - \frac{v_0 \Delta s}{c^2}}$$

e, tenendo conto della (1):

$$v = \frac{c\Delta t - v_0 \Delta t}{\Delta t - \frac{v_0 c \Delta t}{c^2}} = \frac{(c - v_0)\Delta t}{\frac{(c - v_0)\Delta t}{c}} = c$$

Pertanto la velocità della luce nel sistema relativo risulta essere ancora c.