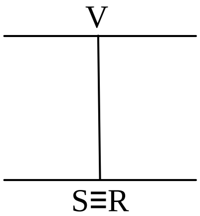
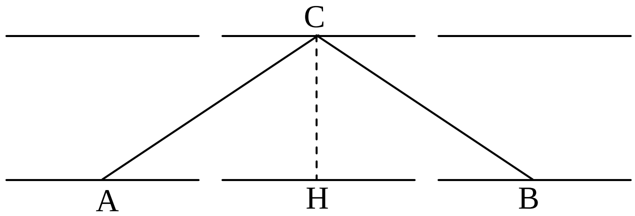
Orologio di Einstein e invarianza dell’intervallo





Separazione spaziale e separazione temporale

<u>Per l’osservatore solidale con l’orologio in moto:</u>

$$\Delta t' = \frac{2\overline{HC}}{c} \qquad \Delta s' = 0 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\overline{HC}^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2}{4}}$$

<u>Per l’osservatore solidale con il sistema di riferimento ‘*assoluto*’:</u>

$$\Delta t = \frac{2\overline{AC}}{c} \qquad \Delta s = \overline{AB} = 2\sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{HC}^2}$$

$$c^2 \Delta t^2 = 4\overline{AC}^2 \qquad \Delta s^2 = 4\overline{AC}^2 - 4\overline{HC}^2$$

da cui:

$c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2 = \cancel{4\overline{AC}^2} - \cancel{4\overline{AC}^2} + 4\overline{HC}^2$ ed infine:

$$\boxed{c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2 = c^2 \Delta t'^2}$$

Se la velocità del razzo fosse diversa risulterebbe ancora:

$$\boxed{c^2 \overline{\Delta t}^2 - \overline{\Delta s}^2 = c^2 \Delta t'^2}$$

Ciò significa che la quantità $I^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2$ è invariante per ogni sistema di riferimento inerziale. Osserviamo che nel sistema di riferimento ‘*assoluto*’ $I^2 = c^2 \Delta t^2$ in quanto $\Delta s = 0$.

Per un sistema di riferimento in cui la separazione spaziale è nulla, la corrispondente separazione temporale è la più piccola possibile e l’intervallo di tempo corrispondente prende il nome di intervallo di tempo proprio.

L’intervallo di tempo proprio tra due eventi è l’intervallo di tempo misurato da un osservatore per il quale i due eventi accadono nello stesso luogo ($\Delta s = 0$)