

Equazioni differenziali

Equazioni del 1° ordine	
<u>Generali</u> $y' + a(x)y(x) = b(x)$ $A(x)$ è una primitiva di $a(x)$	$y = ce^{-A(x)} + e^{-A(x)} \int e^{A(x)} \cdot b(x) dx$
<u>Equazioni a variabili separabili</u> $y' = a(x)b(y)$	$\frac{dy}{b(y)} = a(x)dx$ E poi si integra membro a membro

Equazioni lineari del 2° ordine	
<u>Omogenee</u> $ay'' + by' + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$ Si risolve l'equazione caratteristica in r : $ar^2 + br + c = 0$	Se $\Delta > 0$ r_1 e r_2 soluzioni $y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$
	Se $\Delta = 0$ r unica soluzione $y = e^{rx} (c_1 + c_2 x)$
	Se $\Delta < 0$ $r_1 = \alpha - i\beta$ $r_2 = \alpha + i\beta$ soluzioni complesse $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$
<u>Caso particolare</u> (manca la derivata prima) $y''(x) + y(x) = 0$	$y(x) = c_1 \sin x + c_2 \cos x$
<u>Non omogenee</u> $ay'' + by' + c = f(x)$ $a, b, c \in \mathbb{R}$ Si risolve aggiungendo all'integrale generale della equazione omogenea associata un integrale particolare $g(x)$ dell'equazione data - $P_n(x)$ è un polinomio di grado n - A e B sono parametri	Se $f(x)$ è un polinomio di grado n <ul style="list-style-type: none"> $g(x) = P_n(x)$ se 0 non è soluzione dell'equazione caratteristica $g(x) = x \cdot P_n(x)$ se 0 è soluzione dell'eq. caratteristica con molteplicità = 1 $g(x) = x^2 \cdot P_n(x)$ se 0 è soluzione dell'eq. caratteristica con molteplicità = 2
	Se $f(x) = h \cdot e^{kx}$ <ul style="list-style-type: none"> $g(x) = A \cdot e^{kx}$ se k non è soluzione dell'equazione caratteristica $g(x) = A \cdot x \cdot e^{kx}$ se k è soluzione dell'eq. caratteristica con molteplicità = 1 $g(x) = A \cdot x^2 \cdot e^{kx}$ se 0 è soluzione dell'eq. caratteristica con molteplicità = 2
	Se $f(x) = h \cdot \sin kx$ oppure $f(x) = h \cdot \cos kx$ <ul style="list-style-type: none"> $g(x) = A \cdot \sin kx + B \cos kx$ se $\pm ik$ non sono radici complesse dell'eq. caratteristica $g(x) = x(A \cdot \sin kx + B \cos kx)$ se $\pm ik$ non sono radici complesse dell'eq. caratteristica
	Se $f(x) = h \cdot \sin kx$ oppure $f(x) = h \cdot \cos kx$ <ul style="list-style-type: none"> $g(x) = A \cdot \sin kx + B \cos kx$ se $\pm ik$ non sono radici complesse dell'eq. caratteristica $g(x) = x(A \cdot \sin kx + B \cos kx)$ se $\pm ik$ non sono radici complesse dell'eq. caratteristica
<u>Caso particolare</u> (manca la derivata prima) $y''(x) + y(x) = x$	$y(x) = c_1 \sin x + c_2 \cos x + x + \sin x$