

## Coniche

### Teorema di Eulero

Scegliendo in modo opportuno il sistema di coordinate cartesiane ortogonali, una equazione di una qualunque conica di equazione  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  si può sempre ridurre ad una delle seguenti forme canoniche:

$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} - 1 = 0$	Ellisse
$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + 1 = 0$	Ellisse immaginaria
$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 0$	Punto
$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} - 1 = 0$	Iperbole
$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 0$	Coppia di rette incidenti ( <i>conica degenera</i> )
$y^2 - 2px = 0$	Parabola
$x^2 - \alpha^2 = 0$	Coppia di rette parallele ( <i>conica degenera</i> )
$x^2 + \alpha^2 = 0$	Coppia di rette immaginarie parallele
$x^2 = 0$	Coppia di rette coincidenti ( <i>conica degenera</i> )

$I = a + c$	$\delta = \begin{vmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{vmatrix}$	$\Delta = \begin{vmatrix} a & \frac{b}{2} & \frac{d}{2} \\ \frac{b}{2} & c & \frac{e}{2} \\ \frac{d}{2} & \frac{e}{2} & f \end{vmatrix}$
	$\Delta \neq 0$	$\Delta = 0$
$\delta > 0$	Ellisse $\begin{cases} \text{reale} & (I \cdot \Delta < 0) \\ \text{immaginaria} & (I \cdot \Delta > 0) \end{cases}$	Punto
$\delta < 0$	Iperbole <span style="margin-left: 20px;">(<i>se I = 0 iperbole equilatera</i>)</span>	Rette incidenti ( <i>se I = 0 rette perpendicolari</i> )
$\delta = 0$	Parabola	Rette parallele ( <i>reali o immaginarie</i> )
Angolo tra asse cartesiano e asse della conica $\alpha$ = angolo doppio di quello formato dagli assi della conica e da quelli cartesiani		$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{b}{a - c}$