

Rette nello spazio cartesiano	
Equazione parametrica di una retta passante per $P(x_0; y_0; z_0)$ e avente per direzione il vettore $\vec{v}(l; m; n)$	$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$
Equazione cartesiana (frazionaria) di una retta passante per $P(x_0; y_0; z_0)$ e avente per direzione il vettore $\vec{v}(l; m; n)$	$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$
Equazione della retta come intersezione dei due piani $ax + by + cz + d = 0$ $a'x + b'y + c'z + d' = 0$	$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$
Relazioni tra retta come intersezione tra piani e retta in forma parametrica o cartesiana	$l = \begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix} \quad m = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} \quad n = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ Se i tre determinanti sono diversi da 0
Dalla equazione parametrica o frazionaria della retta alla retta come intersezione di piani	$\begin{cases} mx - ly - mx_0 + ly_0 = 0 \\ ny - mz - ny_0 + mz_0 = 0 \end{cases}$
Equazione parametrica della retta passante per $A(x_1, y_1, z_1)$ e per $B(x_2, y_2, z_2)$	$\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases}$
Equazione cartesiana (frazionaria) della retta passante per $A(x_1, y_1, z_1)$ e per $B(x_2, y_2, z_2)$	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$
Equazione del fascio di piani che hanno per sostegno la retta individuata dai piani $ax + by + cz + d = 0$ $a'x + b'y + c'z + d' = 0$	$ax + by + cz + d + k(a'x + b'y + c'z + d') = 0$
Condizioni di parallelismo tra due rette di vettori direzione: $\vec{v}(l; m; n)$ e $\vec{w}(l'; m'; n')$	I vettori $\vec{v}(l; m; n)$ e $\vec{w}(l'; m'; n')$ devono essere paralleli, cioè: $\left. \begin{matrix} l' = kl \\ m' = km \\ n' = kn \end{matrix} \right\} \quad o \quad \frac{l'}{l} = \frac{m'}{m} = \frac{n'}{n}$ $k \in \mathbb{R} \quad \text{se } l, m, n \neq 0$
Condizioni di ortogonalità tra due rette di vettori direzione: $\vec{v}(l; m; n)$ e $\vec{w}(l'; m'; n')$	I vettori $\vec{v}(l; m; n)$ e $\vec{w}(l'; m'; n')$ devono essere perpendicolari, cioè il loro prodotto scalare deve essere nullo, quindi: $ll' + mm' + nn' = 0$

<p>Angolo α tra due rette di direzione: $\vec{v}(l;m;n)$ e $\vec{w}(l';m';n')$</p>	$\cos \alpha = \frac{ll' + mm' + nn'}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2} \cdot \sqrt{l'^2 + m'^2 + n'^2}}$
<p>Condizione di perpendicolarità tra due rette</p>	<p>Le due rette devono essere ortogonali ed appartenere allo stesso piano</p>
<p>Rette sghembe</p>	<p>I vettori direzione delle due rette non sono paralleli e le due rette non hanno punti in comune (ovvero il sistema formato dalle loro equazioni è impossibile)</p>
<p>Rette parallele distinte</p>	<p>I vettori direzione delle due rette sono paralleli e le due rette non hanno punti in comune (ovvero il sistema formato dalle loro equazioni è impossibile)</p>
<p>Rette parallele coincidenti</p>	<p>I vettori direzione delle due rette sono paralleli e le due rette hanno tutti i punti in comune (ovvero il sistema formato dalle loro equazioni è indeterminato)</p>
<p>Rette incidenti</p>	<p>I vettori direzione delle due rette non sono paralleli e le due rette hanno un solo punto in comune (ovvero il sistema formato dalle loro equazioni ha una e una sola soluzione)</p>
<p>Condizione di parallelismo tra retta r e piano α</p> $r: \begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases} \quad \alpha: ax + by + cz + d = 0$	$la + mb + nc = 0$
<p>Condizione di perpendicolarità tra retta r e piano α</p> $r: \begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases} \quad \alpha: ax + by + cz + d = 0$	<p>I vettori $\vec{v}(l;m;n)$ e $\vec{w}(a;b;c)$ devono essere paralleli, cioè:</p> $\left. \begin{array}{l} a = kl \\ b = km \\ c = kn \end{array} \right\} \quad o \quad \frac{a}{l} = \frac{b}{m} = \frac{c}{n}$ <p>$k \in \mathfrak{R} \quad \text{se } l, m, n \neq 0$</p>