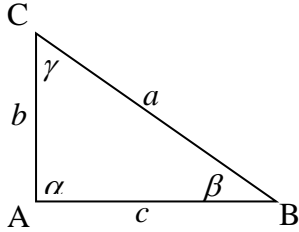


Trigonometria

Teoremi sui triangoli rettangoli

In ogni triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto oppure per il coseno dell'angolo acuto adiacente



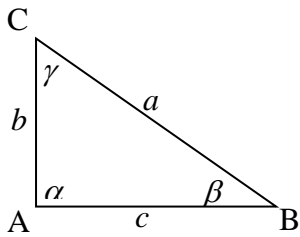
$$b = a \sin \beta$$

$$b = a \cos \gamma$$

$$c = a \sin \gamma$$

$$c = a \cos \beta$$

In ogni triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto oppure per la cotangente dell'angolo acuto adiacente



$$b = c \tan \beta$$

$$b = c \cot \gamma$$

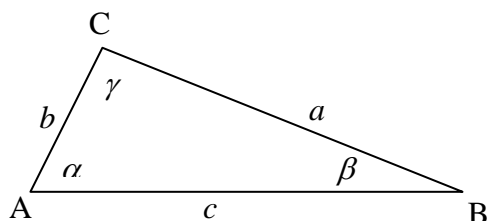
$$c = b \tan \gamma$$

$$c = b \cot \beta$$

Teoremi sul triangolo qualunque

Area di un triangolo

L'area di un triangolo si può calcolare moltiplicando due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso e dividendo il prodotto per 2.



$$A = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

$$A = \frac{1}{2} ca \sin \beta$$

L'area di un triangolo è uguale al prodotto del quadrato di un lato per i seni degli angoli adiacenti, fratto il doppio del seno dell'angolo opposto

$$A = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$$

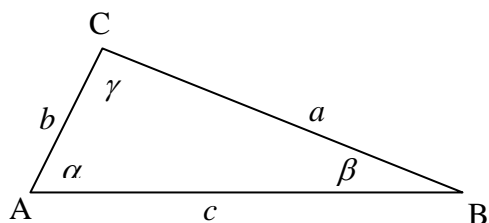
Formola di Erone

p = semiperimetro
 a, b, c = lati del triangolo

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Teorema delle proiezioni

In ogni triangolo la misura di un lato si può ottenere sommando i prodotti degli altri due lati per i coseni degli angoli adiacenti.



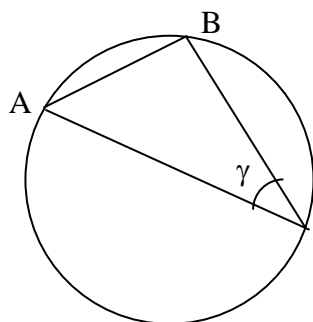
$$c = a \cos \beta + b \cos \alpha$$

$$a = b \cos \gamma + c \cos \beta$$

$$b = c \cos \alpha + a \cos \gamma$$

Teorema della corda

La misura di corda di una circonferenza si può calcolare moltiplicando la misura del diametro per il seno di uno qualunque degli angoli alla circonferenza che insistono sulla corda.

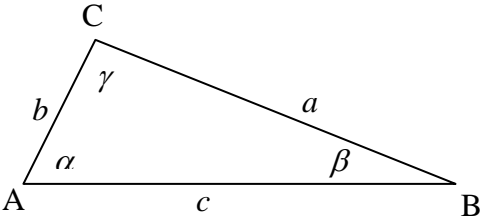
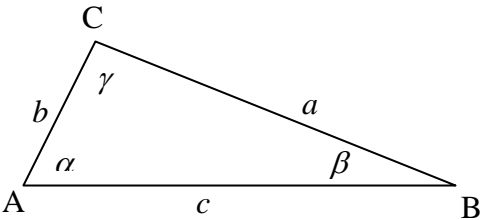


$$AB = 2r \sin \gamma$$

Con le formule inverse si può calcolare il seno dell'angolo alla circonferenza o il diametro della circonferenza:

$$\sin \gamma = \frac{AB}{2r}$$

$$2r = \frac{AB}{\sin \gamma}$$

<p>Teorema dei seni In ogni triangolo il rapporto tra un lato e il seno dell'angolo opposto è costante ed uguale al diametro (2R) della circonferenza circoscritta al triangolo [Conseguenza del teorema della corda]</p> 	$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
<p>Teorema del coseno (di Carnot) In ogni triangolo il quadrato di un lato è uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati diminuita del doppio prodotto di questi due lati per il coseno dell'angolo tra essi compreso.</p> 	$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \gamma$ <p>oppure</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ <p>Con la seguente formula inversa è possibile calcolare il coseno di un angolo noti i tre lati del triangolo:</p> $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
<p>Teorema delle tangenti (di Nepero) In ogni triangolo il rapporto tra la differenza e la somma di due lati è uguale al rapporto tra la tangente della semidifferenza degli angoli rispettivamente opposti e la tangente della semisomma degli stessi angoli</p>	$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}}$
<p>Formule di Briggs</p>	$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$
<p>Raggio della circonferenza circoscritta a, b, c = lati del triangolo A = area del triangolo</p>	$R = \frac{abc}{4A}$
<p>Raggio della circonferenza inscritta $2p$ = perimetro del triangolo A = area del triangolo</p>	$r = \frac{2A}{2p} \quad r = \frac{A}{p}$
<p>Raggio della circonferenza exinscritta a, b, c = lati del triangolo A = area del triangolo p = semiperimetro</p>	$r_a = \frac{A}{p-a} \quad r_b = \frac{A}{p-b} \quad r_c = \frac{A}{p-c}$

<p>Area del triangolo</p> <p>r_a, r_b, r_c = raggi delle circonferenze exinscritte r = raggio del cerchio inscritto A = area del triangolo</p>	$A = \sqrt{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c}$				
<p>Lati di alcuni poligoni regolari inscritti</p> <p>r = raggio del cerchio l_n = lato del poligono regolare di n lati</p>	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">$l_3 = r\sqrt{3}$</td> <td style="text-align: center;">$l_4 = r\sqrt{2}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$l_6 = r$</td> <td style="text-align: center;">$l_{10} = r \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$</td> </tr> </table>	$l_3 = r\sqrt{3}$	$l_4 = r\sqrt{2}$	$l_6 = r$	$l_{10} = r \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$
$l_3 = r\sqrt{3}$	$l_4 = r\sqrt{2}$				
$l_6 = r$	$l_{10} = r \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$				
<p>Lati di alcuni poligoni regolari circoscritti</p> <p>r = raggio del cerchio L_n = lato del poligono regolare di n lati</p>	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">$L_3 = 2r\sqrt{3}$</td> <td style="text-align: center;">$L_4 = 2r$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$L_6 = 2r \frac{\sqrt{3}}{3}$</td> <td style="text-align: center;">$L_{10} = 2r \sqrt{1 - \frac{2}{5}\sqrt{5}}$</td> </tr> </table>	$L_3 = 2r\sqrt{3}$	$L_4 = 2r$	$L_6 = 2r \frac{\sqrt{3}}{3}$	$L_{10} = 2r \sqrt{1 - \frac{2}{5}\sqrt{5}}$
$L_3 = 2r\sqrt{3}$	$L_4 = 2r$				
$L_6 = 2r \frac{\sqrt{3}}{3}$	$L_{10} = 2r \sqrt{1 - \frac{2}{5}\sqrt{5}}$				