Esponenziali e logaritmi

Potenza ad esponente reale

Definizione di potenza ad esponente reale

$a^x = a^{\lim\limits_{n\to\infty} v_n}$ $\qquad a \in \mathbb{R}$

Dove v_n è una successione di numeri razionali che tende ad x

Proprietà delle potenze ad esponente reale

con $m \in \mathbb{R};\ n \in \mathbb{R}$

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$
- $a^n \cdot b^n = \left(a \cdot b\right)^n$
- $a^n : b^n = \left(a : b\right)^n$

Casi particolari

$a^0 = 1 \qquad \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$

$1^n = 1$

$0^n = 0 \qquad \forall n \in \mathbb{R} - \{0\}$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Logaritmi

Definizione di logaritmo

Se $a^x = b \ \left(a \in R_+ \wedge b \in R_+\right) \quad \Rightarrow \quad \log_a b = x$

Proprietà dei logaritmi

- $\log_a\left(x \cdot y\right) = \log_a x + \log_a y$ s $\qquad$ se $\left(x > 0\right) \wedge \left(y > 0\right) \qquad a > 0$
- $\log_a\left(x : y\right) = \log_a x - \log_a y$ s $\qquad$ se $\left(x > 0\right) \wedge \left(y > 0\right) \qquad a > 0$
- $\log_a x^k = k \cdot \log_a x$ $\qquad$ se $x > 0$
- $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ $\qquad$ se $b > 0$

Logaritmi particolari

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$

Proprietà dei logaritmi derivate da quelle fondamentali

- $\log_a b = \dfrac{\log_N b}{\log_N a}$ $\qquad$ proprietà del cambiamento di base
- $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
- $\log_{a^n} b^n = \log_a b$