Integrali

Integrali immediati

$\int k dx = kx + k$

$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + k \qquad \alpha \neq -1$

$\int x^{-1} dx = \ln|x| + k$

$\int e^x dx = e^x + k$

$\int a^x dx = a^x \log_a e$

$\int \sin x dx = -\cos x + k$

$\int \cos x dx = \sin x + k$

$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + k$

$\int c\operatorname{tg} x dx = \ln|\sin x| + k$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + k$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -c\operatorname{tg} x + k$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + k$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + k$

Integrali 'quasi' immediati

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + k$

$\int \sin[f(x)] f'(x) dx = -\cos f(x) + k$

$\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \sin f(x) + k$

$\int [f(x)]^{\alpha} f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{\alpha+1}}{\alpha+1} + k \qquad (\alpha \neq -1)$

$\int [f(x)]^{-1} f'(x) dx = \ln|f(x)| + k$

$\int \frac{1}{1+[f(x)]^2} f'(x) dx = \arctan f(x) + k$

Integrazione per parti

$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)dx$ oppure $\int fdg = fg - \int gdf$

Per gli integrali del tipo $\int x^n h(x) dx$

Se $h(x)$ è: sen, $\cos$, tg, e^x, a^x allora $x^n = f(x)$ $h(x) = g'(x)$

Se $h(x)$ è: arcsen, $\arccos$, arctg, $\ln x$, $\log_a x$ allora $x^n = g'(x)$ $h(x) = f(x)$

Sostituzioni particolari

- Se compare l'espressione $\sqrt{a^2 - x^2}$ la sostituzione da effettuare è: $x = a \sin t$
- Se la funzione integranda contiene solo la funzione seno o la funzione coseno la sostituzione da effettuare è $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t$. Ricordare che: $\text{sen} x = \frac{2t}{1+t^2}$ $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
- Gli integrali dei seguenti tipi:

  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx \qquad \int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx$

  Si risolvono con la sostituzione: $t = x + \sqrt{x^2 \pm a^2}$

Integrali particolari

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}\int (1-\cos 2x)dx = \frac{1}{2}\left(x - \operatorname{sen} x \cos x\right) + k$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}\int (1+\cos 2x)dx = \frac{1}{2}\left(x + \operatorname{sen} x \cos x\right) + k$$

$$\int \ln x dx = x\ln x - x + k \text{ (per parti)}$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \operatorname{arcsen}\frac{x}{a}\right) + k$$