Un arco di circonferenza è lungo $L = \frac{2}{5}\pi\, m$, mentre la corda sottesa è lunga $l = \left(\sqrt{5}-1\right)\ m$.

Quanto misura il raggio della circonferenza a cui appartengono?

Soluzione

Il rapporto r tra la lunghezza di un arco di circonferenza e la corda sottesa, $r = \frac{x}{2\,\text{sen}\,\frac{x}{2}}$, è una funzione crescente, in $\left[0; 2\pi\right]$, del corrispondente angolo al centro x. Per alcuni valori dell'angolo al centro è possibile esprimere il valore esatto di tale rapporto r. In particolare:

angolo al centro α (gradi)	Rapporto r	angolo al centro α (gradi)	Rapporto r
18	$\frac{\pi}{5\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)}$	90	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$
30	$\frac{\pi}{3\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}$	108	$\frac{6\pi}{5\left(\sqrt{5}+1\right)}$
36	$\frac{2\pi}{5\left(\sqrt{5}-1\right)}$	120	$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$
45	$\frac{\pi}{4\sqrt{2-\sqrt{2}}}$	135	$\frac{3\pi}{4\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
60	$\frac{\pi}{3}$	144	$\frac{8\pi}{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$
72	$\frac{4\pi}{5\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$	150	$\frac{5\pi}{3\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}$

Nel nostro caso si ha $r = \frac{\frac{2}{5}\pi}{\sqrt{5}-1} = \frac{2\pi}{5\left(\sqrt{5}-1\right)}$, quindi l'angolo al centro corrispondente è quello di 36^0 $\left(\frac{\pi}{5}\ \text{in radianti}\right)$.

Da ciò si deduce che per il raggio R della circonferenza:

$$R = \frac{L}{\alpha} = \frac{2\pi}{5}\cdot\frac{5}{\pi} = 2\ m.$$