

Dilatazione del tempo

Un osservatore B si allontana da un altro osservatore inerziale A con velocità costante v_0 . Se un fenomeno ha una durata $\Delta t'$ per l'osservatore B, quanto dura tale fenomeno per l'osservatore A?

Siano Δs e Δt rispettivamente la separazione spaziale e quella temporale per l'osservatore A; siano $\Delta s'$ e $\Delta t'$ rispettivamente la separazione spaziale e quella temporale per l'osservatore B.

Per l'osservatore A

$$\Delta s = v_0 \Delta t$$

$$\Delta t$$

Per l'osservatore B

$$\Delta s' = 0$$

$$\Delta t'$$

Per l'invarianza dell'intervallo risulta:

$$c^2 \Delta t^2 - \Delta s^2 = c^2 \Delta t'^2$$

ed essendo Δs lo spazio percorso da B secondo l'osservatore A risulta $\Delta s = v_0 \Delta t$ e quindi:

$$c^2 \Delta t^2 - v_0^2 \Delta t^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$(c^2 - v_0^2) \Delta t^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

Quest'ultima relazione fornisce la durata di un fenomeno conoscendo la durata dello stesso fenomeno per un osservatore per il quale il fenomeno accade nello stesso luogo. Poiché

$\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} < 1$ risulta $\Delta t > \Delta t'$ cioè la durata di un fenomeno che avviene nella stessa posizione per un osservatore è la più piccola possibile rispetto a quella di osservatori in moto.

Inoltre, dovendo essere $1 - \frac{v_0^2}{c^2} > 0$, deve essere $v_0 < c$, cioè nessun oggetto può muoversi a velocità superiore a quella della luce: la velocità della luce è la più grande possibile.