Concetto di massa

La seconda legge della dinamica, nella meccanica classica, deve essere rivista nell'ambito della relatività; infatti, se valesse la legge $F = ma$, esercitando una forza F su di un corpo di massa m per Un intervallo di tempo sufficientemente lungo, sarebbe possibile ottenere una velocità enormemente grande, anche superiore a quella della luce. Evidentemente, in relatività, ciò non è possibile.
Per salvaguardare il principio di conservazione della quantità di moto, Einstein propone una massa che aumenti all'aumentare della velocità secondo la formula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (1)$$

Osservazioni:

a) Si deve abbandonare l'idea di massa come 'quantità di materia' del corpo; la massa è solo l'inerzia al moto e come tale, a grandi velocità un aumento della velocità diventa più oneroso (cioè non è lo stesso aumentare la velocità da 10 m/s a 11 m/s o da 1.000.000 m/s a 1.000.001 m/s).
b) m_0 è la massa a riposo, cioè la massa del corpo misurata da un osservatore per il quale il corpo è fermo.
c) A basse velocità la massa del corpo coincide praticamente con la massa a riposo.
d) A velocità prossime a quelle della luce la massa deve diventare molto grande $\left[\lim_{v\to c} m = +\infty\right]$

Sviluppo approssimato dell'espressione della massa

Moltiplichiamo numeratore e denominatore della frazione a secondo membro della (1) per $\sqrt{1+\beta^2}$.
Si ottiene

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+\beta^2}}{\sqrt{1+\beta^2}} = m_0 \frac{\sqrt{1+\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^4}} \cong m_0\sqrt{1+\beta^2} \cong m_0\sqrt{1+\beta^2+\frac{1}{4}\beta^4} = m_0\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right)$$

Quindi per velocità non relativistiche risulta:

$$m = m_0\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right)$$

cioè

$$\boxed{m = m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)}$$