Vettori

Generalità

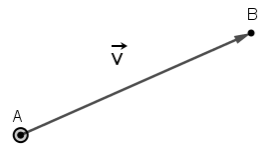
Modalità di espressione dei vettori

v_x = componente di $\vec{v}$ lungo l'asse x

v_x = componente di $\vec{v}$ lungo l'asse x

v_x = componente di $\vec{v}$ lungo l'asse x

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ = versori lungo i tre assi



A = punto coda

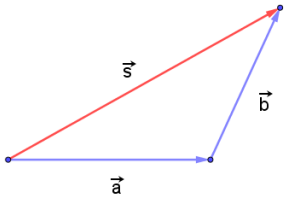
B = punto freccia

$v = |\vec{v}|$ = modulo del vettore $\vec{v}$

2 dimensioni	3 dimensioni
$\vec{v}(v_x, v_y)$	$\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$
$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$	$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$

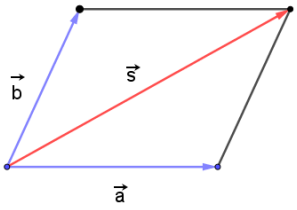
Operazioni con i vettori

Addizione $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ (metodo punta – coda)



$$\vec{s}(a_x + b_x, a_y + b_y)$$
$$\vec{s} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

Addizione $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ (metodo parallelogramma)

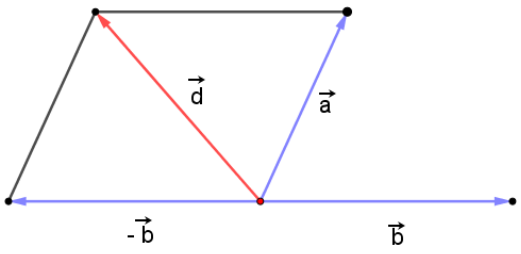


$$\vec{s}(a_x + b_x, a_y + b_y)$$
$$\vec{s} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

Prodotto $\vec{w}$ **di un vettore** $\vec{v}$ **per uno scalare** λ

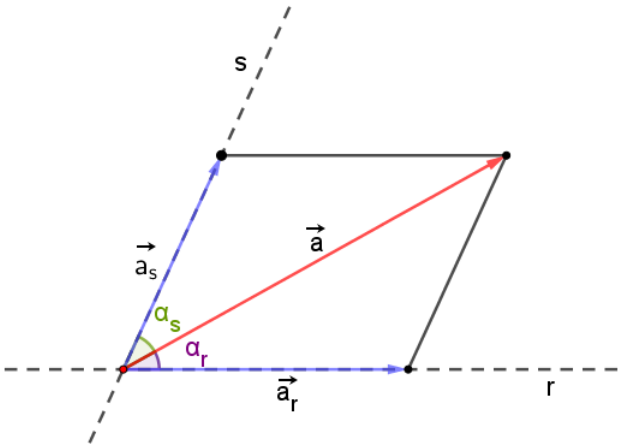
$$\vec{w} = \lambda\vec{v} = (\lambda v_x\vec{i}, \lambda v_y\vec{j}, \lambda v_z\vec{k})$$
$$\vec{w} = \lambda\vec{v} = \lambda v_x\vec{i} + \lambda v_y\vec{j} + \lambda v_z\vec{k}$$

Sottrazione $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$



$$\vec{d}(a_x - b_x, a_y - b_y)$$
$$\vec{d} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j}$$

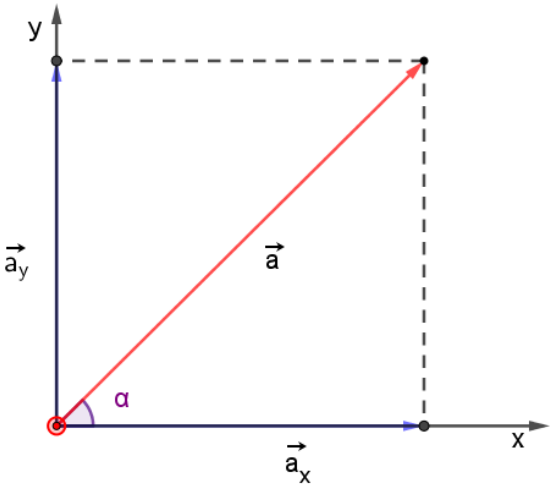
Scomposizione di un vettore lungo 2 direzioni



$$\begin{cases} a_r = \dfrac{a\cos\alpha_r - a\cos\alpha_s\cos\alpha}{\text{sen}^2\,\alpha} \\ a_s = \dfrac{a\cos\alpha_s - a\cos\alpha_r\cos\alpha}{\text{sen}^2\,\alpha} \end{cases}$$

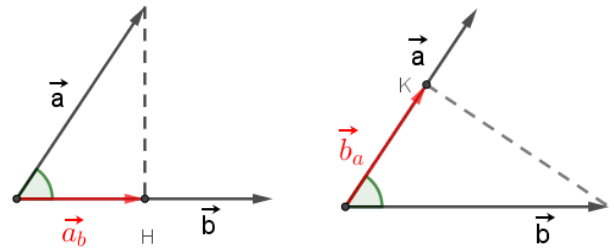
$\alpha = rs$ $\qquad$ $\alpha = \alpha_r + \alpha_s$

Scomposizione di un vettore lungo due direzioni ortogonali



$$\begin{cases} a_x = a\cos\alpha \\ a_y = a\,\text{sen}\,\alpha \end{cases}$$

Prodotto scalare $s = \vec{a}\cdot\vec{b}$



$\vec{a_b}$ = vettore proiezione ortogonale di $\vec{a}$ su $\vec{b}$

$\vec{b_a}$ = vettore proiezione ortogonale di $\vec{b}$ su $\vec{a}$

$$s = a\cdot b\cdot\cos\alpha$$

$$s = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$s = a\cdot b_a$$

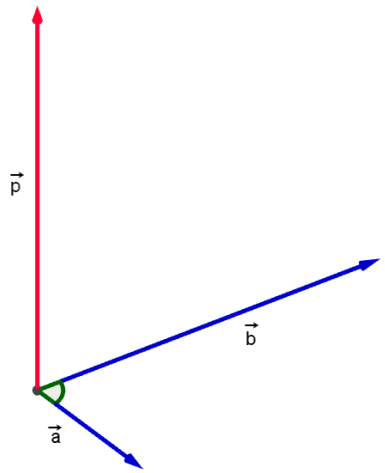
$$s = b\cdot a_b$$

α = angolo tra i due vettori

Prodotto vettoriale tra due vettori

$\vec{p} = \vec{a} \times \vec{b}$ **oppure** $\vec{p} = \vec{a} \wedge \vec{b}$

α = angolo tra i due vettori



$$\vec{p} = \left(a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x\right)$$

$$\vec{p} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\vec{i} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\vec{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\vec{k}$$

modulo: $p = a \cdot b \cdot \operatorname{sen}\alpha$

direzione: perpendicolare al piano individuato dai due vettori

verso: quello di avanzamento di un cavatappi che ruota di un angolo minore di 180° per sovrapporre il primo vettore al secondo.